

Zad. 0. Poznaj tabelki semantyczne (matryce logiczne) znanych zdaniotwórczych funktorów logicznych, w szczególności matryce negacji \neg , koniunkcji \wedge , alternatywy \vee , implikacji \rightarrow oraz równoważności \leftrightarrow .

Zad. 1. Zanotuj używając symboli $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow$:

- negację alternatywy zdań p i q ,
- alternatywę, której jednym członem jest negacja koniunkcji zdań p i q a drugim członem jest koniunkcja negacji zdań z i q ,
- implikację, której poprzednikiem jest negacja implikacji zdań p i q , a następnikiem alternatywa, której jednym członem jest koniunkcja zdań p i q a drugim negacja zdania z ,
- negację koniunkcji negacji zdań p i q .

Zad. 2. Oblicz $v(\alpha)$ dla podanego wartościowania zdań prostych:

- $\alpha = (p \wedge q) \vee (q \wedge (p \vee q))$, $v(p) = 0$, $v(q) = 1$;
- $\alpha = ((p \wedge q) \vee (r \wedge s)) \rightarrow (p \rightarrow (r \vee s \vee (q \wedge (p \rightarrow r))))$, $v(p) = 0$, $v(q) = 1$, $v(r) = 1$, $v(s) = 1$;
- $\alpha = p \rightarrow (p \rightarrow (p \rightarrow q))$, $v(p) = 1$, $v(q) = 0$;
- $\alpha = \neg((p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow \neg(\neg(q))))$, $v(p) = 1$, $v(q) = 0$.

Zad. 3. Odczytaj na głos formuły zapisane w **Zad. 2**.

Zad. 4. Dla następujących formuł sprawdzić, czy informacja $v(p) = 0$ wystarcza do tego, aby obliczyć wartość logiczną tej formuły. Jeśli tak, to wylicz tę wartość; jeśli nie, to wykaż, że dana formuła może przyjąć obie wartości logiczne:

- $(p \rightarrow q) \rightarrow r$;
- $p \wedge (q \rightarrow r)$;
- $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

Zad. 5*. Przygotuj tabelki semantyczne (matryce logiczne) wszystkich spójników dwuargumentowych. Rozpoznaj znane spójniki. Przygotuj matrycę spójników jednoargumentowych, ile jest takich spójników w KRZ? Ile jest spójników trójargumentowych a ile n -argumentowych?

Zad. 6. Sprawdź czy następujące formuły są tautologiami¹ klasycznego rachunku zdań:

- $p \vee \neg p, \neg(p \wedge \neg p), \neg\neg p \leftrightarrow p$;
- $(p \rightarrow q) \wedge \neg p \rightarrow \neg q$;
- $\neg(p \wedge q) \leftrightarrow \neg p \vee \neg q, \neg(p \vee q) \leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$;
- $p \rightarrow (q \rightarrow p)$;
- $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$;

¹Tautologia klasycznego rachunku zdań to taka formuła, która przy **każdym** wartościowaniu (podstawieniu za zmienne zdaniowe p, q, r, \dots zer i jedynek) przyjmuje wartość 1. Innymi słowy, to formuła, która przy **każdym** podstawieniu jest prawdziwa.

- (vi) $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$;
- (vii) $\neg(p \rightarrow q) \leftrightarrow p \wedge \neg q$;
- (viii) $((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$;
- (ix) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$.

Zad. 7. Prawdziwe jest zdanie:

Nieprawda, że jeśli Platon założył Akademię, to jeśli Arystoteles był uczniem Platona, to Arystoteles nie uczęszczał do Akademii.

Czy informacja ta wystarcza na gruncie KRZ, by udzielić odpowiedzi na każde z podanych niżej pytań? Jeśli tak, to jakie są te odpowiedzi?

- (i) Czy Platon był założycielem Akademii?
- (ii) Czy Arystoteles był uczniem Platona?
- (iii) Czy Arystoteles uczęszczał do Akademii?

Zad. 8. Czy następujące zdania są prawdziwe?

1. Jeżeli Jan nie zna logiki, to, jeśli Jan zna logikę, to Jan urodził się dzisiaj.
2. Jan zna logikę wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest prawdą, że nie jest prawdą, że Jan zna logikę.
3. Jeżeli liczba naturalna a dzieli się przez 3 i dzieli się przez 5, to z faktu, iż a nie dzieli się przez 3, wynika, iż a nie dzieli się przez 5.
4. Jeżeli liczba naturalna a dzieli się przez 3, to z faktu, że a nie dzieli się przez 3, wynika, że a dzieli się przez 5.

Zad. 9. Leżysz w szpitalu. Doktor stoi przy łóżku i oglądając twoją kartę przypomina sobie wiadomości z wykładów:

Jeśli pacjentka ma przerzuty nowotworowe, to zaatakowana jest wątroba. Pacjentka ma krew w moczu, chociaż nie ma wysokiej gorączki. Nie jest tak, aby jednocześnie była krew w moczu a nie było przerzutów nowotworowych. Pacjentka ma wysoka gorączkę, o ile zaatakowana jest wątroba.

Na to jedna z asystentek:

No cóż, z tego wynika, że pacjentka wyzdrowieje, jeśli usuniemy jej oba płuca. Czy tak, Panie doktorze?

Czy wniosek asystentki wynika logicznie z tekstu wygłoszonego przez lekarza?

Zad. 10. W miejsce znaku \square w wyrażeniu $(p \rightarrow q) \wedge r \rightarrow p \vee \square$ wstawić zmienną zdaniową p , q lub r tak, by otrzymana formuła była tautologią.